Zinsrechnung

Trainingseinheiten

zum Üben und Vertiefen

Datei Nr. 10561

Friedrich Buckel

Stand 21. Juni 2017

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.schule

Inhalt

Vorwort:

Ich habe hier einige Beispiele und Aufgaben zu weiterführenden Aufgabenstellungen besprochen und gezeigt. In manchen Klassen wird man Zinseszins noch streifen. Meist wird die Zeit und auch das Leistungsvermögen einer 7. Klasse nicht ausreichen um über Sparverträge, Darlehen mit Ratenzahlung zu sprechen. Dennoch zeige ich für interessierte Schüler und Erwachsene, dass diese Punkte (zumindest die hier gezeigten Fragestellungen) schon auf dem Niveau einer guten 7. Klasse durchführbar sind.

Die schwierigeren Finanzaufgaben dazu werden in der Regel in der Klassenstufe 10 besprochen, weil man dazu Logarithmen und Reihen benötigt. Dies kann man in der Datei 18250 Finanzmathematik nachlesen.

Zum Wiederholen dieses Stoffes gibt es einen Kompakttext unter der Nummer 10580.

Grundaufgabe 5: Berechnung des Zinssatzes aus dem Endkapital

Friedrich legt 1200 € auf ein Konto seiner Bank an. Nach einem Jahr wird der Zins gutgeschrieben und so ergibt sich ein neuer Kontostand (Endkapital) von 1233 €.

1. Lösung (umständlich):

Alter Kontostand: $K_0 = 1200$ €

Neuer Kontostand: $K_1 = 1233$ €

Die Differenz ist der Jahreszins: $Z = 33$ €

Zinssatz: $p = \frac{Z}{K_0} = \frac{33}{1200} = 0{,}0275 = 2{,}75\%$

2. **Lösung (super):**

Alter Kontostand: $K_0 = 1200$ €

Neuer Kontostand: $K_1 = 1233$ €

Zinsfaktor: $1 + p = \frac{K_1}{K_0} = \frac{1233}{1200} = 1{,}0275$

Zinssatz daher: $p = 0{,}0275 = 2{,}75\%$

Erklärung der. 2. Methode:

Die zweite Lösung ist eleganter, Sie benützt die Tatsache, dass ein Kapital nach Erhöhung um z.B. 5 % anschließend 105% hat. Und 105% lautet als Dezimalzahl 1,05 und setzt sich aus 1 + 0,05 zusammen. Wir konnten dies auf der Seite zuvor sehen, denn dort hatte ich die Formel für das Endkapital hergeleitet:

$$K_1 = \underbrace{(1+p)}_{\text{Zinsfaktor}} \cdot K_0$$

Rechnet man also $\boxed{\frac{\text{Endkapital}}{\text{Anfangskapital}}}$ dann erhält man den Zinsfaktor, und der ist eben die Summe **1+p**.

Musterbeispiel 2 (Gestaffelte Zinssätze)

Man kann eine Rechnung wie die eben gezeigt auch mit variablen Zinssätzen durchziehen.

Herr Kluge hat mit seiner Bank einen besonderen Zinsvertrag ausgehandelt.
Er bezahlt 12.000 € ein und legt es auf 5 Jahre fest. Dafür gewährt ihm die Bank für das 1. Jahr 3 %, für das zweite 3,5 % und für die Jahre 3, 4 und 5 jeweils 4 % Zins. Auf welche Summe ist das Kapital nach 5 Jahren angewachsen?

Lösung

Startkapital: $K_O = 12.000\ €$

Nach 1 Jahr: $K_1 = 1{,}03 \cdot K_O = 1{,}03 \cdot 12.000\ € = 12.360\ €$

Nach dem 2. Jahr: $K_2 = 1{,}035 \cdot K_1 = 1{,}035 \cdot 12.360\ € = 12.792{,}60\ €$

Nach dem 3. Jahr: $K_3 = 1{,}04 \cdot K_2 = 1{,}04 \cdot 12.792{,}60\ € = 13.304{,}30\,|\,4\ €$

Nach dem 4. Jahr: $K_4 = 1{,}04 \cdot K_3 = 1{,}04 \cdot 13.304{,}304\ € = 13.836{,}47\,|\,616\ €$

Nach dem 5. Jahr: $K_5 = 1{,}04 \cdot K_4 = 1{,}04 \cdot 13.836{,}47\,|\,616\ € = 14.389{,}93\,|\,521\ €$

Ich habe bewusst nicht gerundet sondern die ganzen Zwischenergebnisse dargestellt. Weil die Bank abrundet, kann man durch die gesetzten Striche den Betrag erkennen, der ausbezahlt werden würde.

Diese Rechnung kann man auf einmal mit einem Taschenrechner durchtippen:

$$\boxed{K_O = 12000} \xrightarrow[\cdot 1{,}03]{} \xrightarrow[\cdot 1{,}035]{} \xrightarrow[\cdot 1{,}04]{} \xrightarrow[\cdot 1{,}04]{} \xrightarrow[\cdot 1{,}04]{} \boxed{K_5}.$$

Die Schnellrechnung sieht daher so aus:

$$K_5 = 1{,}03 \cdot 1{,}035 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}04 \cdot 12.000\ €$$

Oder noch kürzer;

$$K_5 = 1{,}03 \cdot 1{,}035 \cdot 1{,}04^3 \cdot 12.000\ €$$

Und hier ein Taschenrechner-Screenshot: